

**Programma del corso di Metodi Numerici per l'Ottimizzazione
A.A. 2006/2007
Prof. Daniela di Serafino**

1. Argomenti trattati

Introduzione all'Ottimizzazione.

Formulazione di un problema di ottimizzazione. Esempi di problemi di ottimizzazione. Esistenza di soluzioni di un problema di ottimizzazione. Ottimizzazione globale e locale. Ottimizzazione vincolata e non vincolata. Classificazione dei problemi di ottimizzazione vincolati. Problemi di ottimizzazione convessi.

Cenni sull'ottimizzazione non vincolata.

Direzioni di discesa. Condizioni di ottimalità del primo e del secondo ordine. Schema generale di un metodo per l'ottimizzazione non vincolata. Convergenza locale e globale, velocità di convergenza. Criteri di arresto. Metodi line-search. Il metodo del gradiente per la minimizzazione di funzioni quadratiche. Convergenza del metodo del gradiente.

Ottimizzazione vincolata.

▪ **Condizioni di ottimalità.**

Condizioni di ottimalità del primo ordine (KKT) e del secondo ordine. Interpretazione geometrica delle condizioni di ottimalità. Derivazione delle condizioni di ottimalità nel caso di vincoli lineari, cenni alla derivazione nel caso di vincoli non lineari. Funzione Lagrangiana e moltiplicatori di Lagrange. Analisi della sensibilità della funzione obiettivo alle perturbazioni dei vincoli.

▪ **Programmazione lineare: aspetti fondamentali.**

Esempi di problemi di programmazione lineare. Interpretazione geometrica di tali problemi ed esempi di risoluzione grafica. Forme canoniche, forma standard. Richiami sui poliedri convessi. Poliedro ammissibile. Caratterizzazione dei vertici del poliedro ammissibile. Matrici e variabili di base. Soluzioni di base e vertici del poliedro ammissibile. Vertici degeneri. Teoremi fondamentali della programmazione lineare. Condizioni KKT. Problema duale. Dualità e ottimalità (teorema della dualità della programmazione lineare). Interpretazione economica della dualità.

▪ **Metodo del simplesso.**

Introduzione al metodo del simplesso: idee di base. Fasi I e II del metodo. Fase II: caratterizzazione degli spigoli uscenti da un vertice, costi ridotti, criterio di ottimalità, criterio di illimitatezza, determinazione del passo e cambiamento della base, vertici degeneri e ciclaggio, terminazione finita. Fase I: problema artificiale, ammissibilità del problema originario, individuazione di una matrice di base ammissibile del problema originario. Risoluzione di sistemi lineari nel metodo del simplesso: algoritmo di Gauss-Jordan,

aggiornamento dell'inversa, cenno all'aggiornamento dei fattori L ed U. Complessità computazionale del metodo del simplesso.

- **Metodi a punto interno per la programmazione lineare.**

Introduzione ai metodi a punto interno: motivazioni e idee di base. Metodi primali-duali. Central path. Schema generale di un algoritmo a punto interno primale-duale. Metodi path-following ammissibili ed inammissibili. Algoritmo predictor-corrector di Mehrotra. Risoluzione dei sistemi KKT nel contesto dei metodi a punto interno: equazioni normali e sistema aumentato. Analisi della convergenza di un algoritmo path-following ammissibile. Complessità computazionale dei metodi a punto interno.

2. Attività di laboratorio

Costituiscono parte integrante del programma le seguenti attività di laboratorio:

- Uso dell'Optimization toolbox di Matlab per la risoluzione di problemi di ottimizzazione vincolata e non vincolata, con particolare attenzione ai problemi di programmazione lineare.
- Risoluzione di problemi di programmazione lineare ed analisi dei risultati mediante Excel.
- Sviluppo ed applicazione, in ambiente Matlab, di una funzione che implementa il metodo del simplesso.
- Sviluppo ed applicazione, in ambiente Matlab, di una funzione che implementa l'algoritmo a punto interno di Mehrotra. Confronto con il metodo del simplesso su un insieme di problemi test.

I programmi svolti nell'ambito delle suddette attività ed i risultati ottenuti devono essere presentati in sede di esame.

3. Riferimenti bibliografici

- [1] G. Di Pillo, L. Palagi, *Note per il corso di Ottimizzazione – a.a. 2005-2006*, Università degli Studi di Roma “La Sapienza”, Dipartimento di Informatica e Sistemistica “A. Ruberti”.
- [2] P.E. Gill, W. Murray, M.H. Wright, *Practical Optimization*, Academic Press, 1981 (capitolo 3).
- [3] D. Goldfarb, M.J. Todd, *Linear Programming*, in “Handbooks in Operations Research and Management Science – Optimization”, G.L. Nemhauser, A.H.G. Rinnooy Kan, M.J. Todd eds., Elsevier Science Publishers, 1984.
- [4] J. Nocedal, S. Wright, *Numerical Optimization*, Springer Series in Operations Research, Springer-Verlag, 1999 (capitolo 14).

Caserta, 14 giugno 2007

Il docente del corso
Prof. Daniela di Serafino